

Technique de caractérisation d'un mini-régénérateur thermique pour mini-refroidisseur Stirling ou tube à gaz pulsé

Emmanuel Poncet^{a*}, Philippe Nika^b, Daniel Béreiziat^a, François Lanzetta^a

^a Université de Franche-Comté, Centre de Recherche sur les Écoulements, les Surfaces et les Transferts, Parc Technologique-2, Av. Jean Moulin, 90000, Belfort, France

^b Université de Franche-Comté, Institut des Microtechniques de Franche-Comté, 32, Av. de l'Observatoire, 25044 Besançon cedex, France

(Reçu le 25 avril 2001 ; accepté le 1 juin 2001)

Résumé — Cette étude propose une technique de caractérisation thermoaéraulique de mini-régénérateurs ; organes clefs des mini-refroidisseurs cryogéniques Stirling ou à tube à gaz pulsé employés en refroidissement de capteurs de rayonnement, de détecteurs infrarouges ou de composants électroniques. Nous utilisons une adaptation de la méthode en régime transitoire, dite « *single-blow* », qui consiste à perturber subitement l'équilibre thermique du régénérateur en le faisant traverser par un fluide chaud de température établie à son entrée. La modélisation thermique repose sur un modèle direct analytique convectif à trois équations prenant en compte, outre les classiques échanges de chaleur internes matrice/fluide, les pertes thermiques au travers de l'enveloppe du régénérateur et la convection naturelle externe conditionnant les performances thermiques dans les mini-systèmes. L'estimation de trois coefficients d'échange de chaleur est obtenue en résolvant un problème inverse de traitement numérique de données bruitées en températures issues de micro-thermocouples. Les résultats dynamiques et thermiques sont présentés pour un régénérateur tubulaire de petite taille rempli de billes en acier, dans lequel s'écoule de l'air à des valeurs du nombre de Reynolds hydraulique comprises entre 200 et 1350. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

mini-refroidisseur / mini-régénérateur / méthode transitoire / problème inverse / coefficient d'échange de chaleur / micro-thermocouple

Abstract — Characterization technique of a thermal mini-regenerator for Stirling or pulse tube mini-refrigerator. This study proposes a technique of dynamic and thermal characterization of mini-regenerators; the most important piece of Stirling and Pulse Tube cryogenic refrigerators used for cooling of radiation sensors, infrared detectors or electronic components. We use an adaptation of the transient method known as "the single-blow technique" which consists in disrupting suddenly the regenerator thermal equilibrium by a heated fluid flowing through it with an established level of inlet temperature. The thermal modeling is based on a three-equation analytical convective model taking into account, in addition to the traditional internal heat transfer between matrix and fluid, heat losses through the regenerator wall and external natural convection which govern heat transfer performance in mini-systems. The estimation of three heat transfer coefficients is obtained by resolving an ill-posed inverse problem with noisy temperature measurements from micro-thermocouples. The dynamic and thermal results concern a regenerator matrix made of steel spheres inside a small circular tube with air flowing at hydraulic Reynolds numbers ranging from 200 to 1350. © 2001 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

mini-refrigerator / mini-regenerator / transient method / inverse problem / heat transfer coefficient / micro-thermocouple

Nomenclature

<i>A</i>	conductance hydraulique	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Pa}^{-1}$
<i>a</i>	coefficient de la loi de frottement	
<i>b</i>	coefficient de la loi de frottement	

$B, B_0, B_1,$		
B_2, B_e	coefficients du modèle	
Bi	nombre de Biot	
C'_f	coefficient de frottement de Darcy–Weisbach modifié	
c	capacité calorifique	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
D_h	diamètre hydraulique	m
D_i	diamètre intérieur du régénérateur	m
d	diamètre de fil d'une grille . . .	m
e	épaisseur du tube	m

* Correspondance et tirés à part.
E-mail addresses: emmanuel.poncet@univ-fcomte.fr (E. Poncet),
nika@ige.univ-fcomte.fr (P. Nika), daniel.bereiziat@univ-fcomte.fr
(D. Béreiziat), lanzetta@ige.univ-fcomte.fr (F. Lanzetta).

G_m	débit massique	$\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$
h	coefficients de convection surfactive	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$
K	perméabilité intrinsèque de la matrice	m^2
Kn	nombre de Knudsen	
l, L	longueurs, respectivement du fil et du régénérateur	m
L_c	dimension caractéristique . . .	m
L_p	libre parcours moyen des molécules de gaz	m
M	masse molaire du gaz	$\text{kg}\cdot\text{mol}^{-1}$
p^*	variable de Laplace adimensionnelle	
p	pression absolue locale	Pa
r	rayon polaire	m
R	constante des gaz parfaits . . .	$\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
R_c	temps caractéristique du régénérateur	s
Re_h	nombre de Reynolds hydraulique	
Re_p	nombre de Reynolds de particule	
S	section totale	m^2
s	temps	s
T	température absolue locale . . .	K
$\bar{T}$	température absolue moyenne .	K
U	vitesse de Darcy	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
u	vitesse interstitielle	$\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
x	coordonnée d'espace	m

Symboles grecs

μ	viscosité dynamique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$
ρ	masse volumique	$\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$
$\sigma_\pi, \sigma_1,$ σ_2, σ_e	surface spécifique	m^{-1}
ε	porosité	
κ_0	coefficient de forme	
λ	conductivité thermique	$\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
γ	constante isentropique d'un gaz	
τ	temps adimensionnel	
θ	température réduite	
χ	coordonnée d'espace réduite	

Indices et exposant

a	ambiance
e	extérieur ou entrée
i	intérieur
g	gaz
s	solide
t	tube enveloppe
lib	surface libre de passage du fluide
γ	indicateur simplificateur d'écriture
imp	impulsionnelle

1. INTRODUCTION

Les régénérateurs ont été développés en 1816 par Robert Stirling pour la mise au point de son moteur à air chaud. Ils représentent une importante classe d'échangeurs de chaleur dans lesquels les transferts thermiques sont obtenus par l'intermédiaire d'un échange périodique entre un gaz et une matrice solide. En fait, le rôle du régénérateur pourrait être ramené à celui d'une éponge thermique : prendre et restituer alternativement de la chaleur au gaz le traversant pour le refroidir de la température ambiante à celle de la partie froide. Ainsi, lorsque le gaz va du compresseur vers l'échangeur de la source froide, il est « thermalisé » par le régénérateur. C'est un échangeur absolument crucial à la réalisation des cycles thermodynamiques dans les réfrigérateurs cryogéniques de types Gifford–MacMahon, Stirling et à tubes à gaz pulsé (TGP). L'optimisation des performances frigorifiques dans le cas de microrefroidisseurs qui doivent allier haute efficacité et petite taille passe par les connaissances précises des transferts thermiques internes et de la perte de charge. Dans ces systèmes, le régénérateur est le plus souvent constitué d'un matériau poreux sous forme d'un assemblage de petites grilles, de tissus métalliques fins ou de microbilles. Au cours des cycles successifs, les variations de la température de la matrice solide doivent être réduites au maximum en utilisant un empilement de longueur importante à haute capacité thermique, dans lequel la conduction axiale doit être la plus faible possible en raison de la position du régénérateur entre l'organe de compression et la source froide du réfrigérateur. Le volume de gaz contenu dans le régénérateur représente un volume mort supplémentaire pour le microrefroidisseur et pénalise donc ses performances. La porosité et la longueur de la matrice deviennent alors des paramètres importants pour lesquels il faut adopter un compromis en raison de l'impossibilité de concilier efficacité frigorifique élevée et perte de charge faible. A ce titre, le remplissage par billes amène des porosités inférieures au remplissage par grilles (porosité $\varepsilon \approx 40\%$ au lieu de 60%) et par contre coup des pertes de charge plus importantes. Les propos précédents montrent bien la difficulté de concilier les différentes fonctions du régénérateur. Le meilleur compromis en matière de caractérisation complète des performances d'un régénérateur donné ne peut donc sortir que d'une analyse globale prenant en compte à la fois la dynamique des fluides et les échanges thermiques. La difficulté est accrue en raison du fonctionnement particulier de ces machines : débit de gaz, pressions et températures internes variables dans le temps, thermodépendance des propriétés physiques du fluide et des ma-

tériaux en raison de l'important gradient de température le long du régénérateur. . .

Le dimensionnement actuel des régénérateurs industriels repose sur les travaux anciens de Nusselt, les abaques d'efficacité de Hausen ou le concept de nombre d'unité de transfert (NUT) de Shah [1]. Malheureusement, ces méthodes sont mal adaptées aux mini-régénérateurs en raison de leur imprécision eu égard aux conditions de fonctionnement très particulières des cryorefroidisseurs.

La littérature fait mention de trois méthodes de caractérisation des régénérateurs :

- la méthode calorimétrique ;
- la méthode statique dite « *single-blow* » en anglais [2–4] ;
- la méthode dynamique ou alternée [5, 6].

Pour la présente étude, nous avons opté pour une adaptation de la seconde en soumettant brusquement le régénérateur de petite taille, initialement isotherme et sans écoulement, à un pseudo-échelon de température d'entrée du gaz. Ainsi, l'étude des performances d'un petit régénérateur tubulaire rempli de billes d'acier aléatoirement disposées et enclin aux pertes thermiques est abordée en utilisant l'air comme fluide de travail. Les résultats globaux obtenus portent tant sur le plan de la recherche de la courbe de frottement intrinsèque à l'organe étudié que sur la description du transfert de chaleur à partir d'un modèle convectif à trois équations (modèle direct). La résolution d'un problème inverse de traitement numérique de données bruitées en températures issues de microthermocouples permet de remonter, via l'algorithme de minimisation de Simplex, aux valeurs de trois coefficients d'échange de chaleur globaux caractéristiques du régénérateur étudié sous les conditions expérimentales imposées. La rapidité est l'avantage principal de la technique de caractérisation développée puisqu'elle repose sur un modèle de connaissance analytique et demande peu de données expérimentales à inverser pour obtenir des résultats pratiques. En absolu, seuls les relevés temporels des températures du gaz d'entrée et de sortie suffisent pour estimer les trois coefficients d'échange du modèle. En particulier, les distributions spatiales des températures dans les billes et dans le tube à différents instants ne sont pas nécessaires. De plus, la méthode itérative d'estimation paramétrique devrait apporter une meilleure précision que les schémas classiques de dimensionnement employés jusqu'à maintenant consistant à traiter les points expérimentaux avec la méthode des moindres carrés ordinaires ou à utiliser la méthode de la tangente (maximum slope-technique) [2–4].

2. MODÉLISATION DU PROBLÈME

2.1. Domaine de validité des équations classiques

Le système complet d'équations pour un régénérateur miniature contenant un milieu poreux et traversé par un flux gazeux est normalement décrit à partir des relations générales locales de la mécanique des fluides et de la thermique. Il comporte les trois équations de quantité de mouvement pour le fluide, l'équation de continuité et les trois équations de l'énergie pour le gaz, la matrice et le tube enveloppe. Un aspect fondamental qu'il faut envisager pour les systèmes à échelle réduite traversés par un écoulement gazeux est la validité des formulations classiques. Pour les écoulements de fluide, on sait qu'il y a passage du régime continu de Poiseuille au régime moléculaire de Knudsen dès que le libre parcours moyen des molécules de gaz L_p devient important face aux dimensions caractéristiques L_c du système. Le critère est le nombre de Knudsen :

$$Kn = \frac{L_p}{L_c} \ll 1 \quad (1)$$

L_p est calculé par la théorie cinétique des gaz via la relation suivante :

$$L_p = \frac{T}{P} 3\lambda_g (\gamma - 1) \sqrt{\frac{\pi M}{8TR}} \quad (2)$$

Dans la situation envisagée, le libre parcours moyen est de l'ordre de 10^{-7} m ; alors que la dimension des pores de la matrice avoisine 10^{-4} m. On peut donc conclure que les modèles habituels sont encore valables ($Kn \approx 10^{-3}$).

2.2. Hypothèses utilisées

La complexité des conditions expérimentales rencontrées ne permet pas d'effectuer une résolution analytique du problème si des simplifications ne sont pas introduites par la suite. Les hypothèses suivantes sont retenues :

- la masse volumique du fluide est considérée constante : cela suppose que le gradient de pression le long du régénérateur doit être faible ;
- l'écoulement monodimensionnel est axial (absence de tortuosité) : cette hypothèse est vérifiée si le rapport entre de diamètre intérieur du régénérateur D_i et le diamètre de particule d_p est tel que $D_i/d_p > 10$;
- la porosité de la matrice est uniforme (on retrouve la condition précédente $D_i/d_p > 10$) ;

- le fluide est assimilé à un gaz parfait ;
- les transferts thermiques avec pertes sont caractérisés par trois coefficients globaux de convection : gaz/matrice, gaz/paroi et paroi/milieu extérieur ;
- la conduction thermique axiale dans la matrice et le tube est négligeable : il faut pour cela que le gradient de température soit négligeable au sein de la matrice solide et du tube en satisfaisant la condition suivante sur le nombre de Biot :

$$Bi_\gamma = \frac{h_\gamma d_p}{2\lambda_\gamma} \ll 1 \quad (\gamma = s, t)$$

- les variations des propriétés physiques sont négligeables dans la plage de température étudiée ;
- l'effet de la détente Joule–Thomson est négligé dans nos conditions opératoires.

2.3. Caractérisation dynamique du régénérateur

De façon analogue aux tuyaux cylindriques, on caractérise globalement la chute de pression motrice Δp d'un écoulement permanent d'un fluide visqueux en régime laminaire ou turbulent à travers un tube rempli d'un matériau poreux à l'aide du coefficient de frottement modifié C'_f de Darcy–Weisbach :

$$C'_f = \frac{2\Delta p D_h}{\rho_g u^2 L} \quad (3)$$

Dans le cadre de l'étude des milieux poreux composés de microcanaux, des corrélations de calcul sont proposées sous la forme suivante ; a et b dépendant du type de matrice :

$$C'_f = \frac{a}{Re_h} + b \quad (4)$$

Parmi la grande variété des définitions du nombre de Reynolds, la plus réaliste découle de l'analyse de l'écoulement en conduite avec le diamètre hydraulique D_h et la vitesse interstitielle du fluide u dans les pores de la matrice comme grandeurs de référence :

$$Re_h = \frac{\rho_g u D_h}{\mu_g} = \frac{G_m D_h}{\mu_g S_{lib}} \quad (5)$$

Si le régénérateur est constitué de billes ou de grilles métalliques, le diamètre hydraulique de matrice sera respectivement calculé par les relations suivantes :

$$D_h = \frac{2}{3} \frac{\varepsilon d_p}{(1 - \varepsilon)} \quad \text{ou} \quad D_h = \frac{\varepsilon d}{(1 - \varepsilon)} \quad (6)$$

et la porosité ε pour un grillage carré vaut :

$$\varepsilon = 1 - \frac{\pi d}{4(l + d)} \sqrt{1 + \left(\frac{d}{l + d}\right)^2} \quad (7)$$

Le débit massique G_m a pour expression :

$$G_m = \rho_g u S_{lib} = \rho_g u \varepsilon S = \rho_g U S \quad (8)$$

On définit alors la conductance hydraulique A :

$$A = \frac{G_m}{\Delta p} = \frac{2\varepsilon \rho_g D_h^2 S}{Re_h C'_f \mu_g L} \quad (9)$$

On remarque que la relation entre la perte de charge, ou le gradient de pression, et le débit massique s'écarte rapidement d'une simple loi linéaire puisque la conductance hydraulique A dépend du débit massique par l'intermédiaire du nombre de Reynolds.

Pour un empilement non consolidé de particules identiques simples, dans lequel transite un écoulement laminaire incompressible de Darcy, la loi de Kozeny–Carman permet de calculer la perméabilité K par :

$$K = \frac{d_p^2 \varepsilon^3}{36\kappa_0(1 - \varepsilon)^2} \quad \text{pour } Re_h < 10 \frac{D_h}{\varepsilon d_p} \quad (10)$$

κ_0 est un facteur de forme ($3,6 < \kappa_0 < 5$). Il vaut 4,8 pour un empilement de sphères de diamètre d_p .

Ainsi, on montre que les coefficients a et b nécessaires au calcul du coefficient de frottement modifié (équation (5)) ont pour expression :

$$a = \frac{2\varepsilon D_h^2}{K} \quad \text{et} \quad b = 0 \quad (11)$$

Pour un écoulement turbulent où la dégradation d'énergie est plus importante, il faut utiliser la loi d'Ergun :

$$a = 300 \frac{(1 - \varepsilon)^2}{\varepsilon^2} \frac{D_h^2}{d_p^2} \quad b = 3,5 \frac{(1 - \varepsilon)}{\varepsilon} \frac{D_h}{d_p} \quad (12)$$

Quelque soit le régime d'écoulement isotherme, la détermination expérimentale du coefficient de frottement modifié C'_f ne nécessite que des mesures de pression et la connaissance du débit massique.

2.4. Modèle de transferts thermiques

Il s'agit de modéliser le comportement thermique en régime transitoire de régénérateurs de petite taille soumis

à des pertes de chaleur avec l'extérieur non négligeables devant les échanges gaz-matrice internes au système. Par conséquent, nous introduisons trois coefficients globaux de convection : le coefficient h_e de pertes externes de l'enveloppe, le coefficient d'échange interne gaz/paroi h_t et le coefficient d'échange h_s entre le gaz et la matrice. Conformément aux hypothèses données précédemment, les trois équations locales de la chaleur s'écrivent :

$$\rho_\gamma c_\gamma \left(\frac{\partial T_\gamma}{\partial t} + \frac{U_\gamma}{\varepsilon} \frac{\partial T_\gamma}{\partial x} \right) = \lambda_\gamma \left(\frac{\partial^2 T_\gamma}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_\gamma}{\partial r} \right) \quad (\gamma = g, s, t) \quad (13a)$$

$$\text{avec } U_s = U_t = 0 \quad (13b)$$

Les conditions aux limites et initiale du problème sont :

- en $r = 0$: les champs de température du gaz et de la matrice sont axisymétriques ;

$$\left. \frac{\partial T_g}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad \text{et} \quad \left. \frac{\partial T_s}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (14)$$

- en $r = r_i$: on considère l'identité du flux thermique transféré ;

$$\lambda_g \left. \frac{\partial T_g}{\partial r} \right|_{r=r_i} = \lambda_t \left. \frac{\partial T_t}{\partial r} \right|_{r=r_i} \quad \text{et} \quad \lambda_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial r} \right|_{r=r_i} = 0 \quad (15)$$

- en $r = r_e$: les pertes thermiques externes par convection naturelle sont prises en compte ;

$$\lambda_t \left. \frac{\partial T_t}{\partial r} \right|_{r=r_e} = h_e (T_a - T_t|_{r=r_e}) \quad (16)$$

La condition initiale d'uniformité des températures au sein de la totalité du régénérateur est imposée :

$$T_\gamma(0, x, 0) = T_a \quad (\gamma = g, s, t) \quad (17)$$

Après moyennage spatiale des équations locales de la chaleur selon le rayon, le problème thermique est écrit sous forme adimensionnelle en introduisant les grandeurs suivantes :

$$\chi = \frac{x}{L} \quad (18)$$

$$\tau = \frac{t}{R_c} \quad (19)$$

$$\theta_\gamma = \frac{\bar{T}_\gamma(\chi, \tau) - T_a}{T_{\gamma e} - T_a} \quad (\gamma = g, s, t) \quad (20)$$

$$R_c = \frac{L}{U} \frac{\rho_s c_s (1 - \varepsilon) + \rho_t c_t (2 + e/r_i) e/r_i}{\rho_g c_g} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} B &= R_c \frac{h_s \sigma_p}{(1 - \varepsilon) \rho_s c_s} & B_0 &= \frac{h_s \sigma_p}{\rho_g c_g} \frac{L}{U} \\ B_1 &= \frac{L}{U} \frac{\varepsilon \sigma_1 h_t}{\rho_g c_g} & B_2 &= \frac{\sigma_2 h_t}{\rho_t c_t} R_c \\ B_e &= \frac{\sigma_e h_e}{\rho_t c_t} R_c \end{aligned} \quad (22)$$

Les coefficients constants B , B_0 , B_1 , B_2 et B_e sont des expressions analytiques des paramètres physiques et géométriques qui caractérisent les différents échanges thermiques [7]. R_c représente un temps caractéristique qui situe l'abscisse du point de tangence à la courbe de la température de sortie du fluide au voisinage du point d'inflexion.

Dans l'espace de Laplace, la solution analytique du problème thermique instationnaire prend la forme suivante :

$$\begin{aligned} \bar{\theta}_g^{\text{imp}}(\chi, p^*) &= \exp \left(-p^* \left(\frac{L\varepsilon}{R_c U} + \frac{B_0}{p^* + B} + \frac{p^* + B_e}{p^*} \frac{B_1}{p^* + B_e + B_2} \right) \chi \right) \end{aligned} \quad (23)$$

$$\bar{\theta}_s^{\text{imp}}(\chi, p^*) = \frac{B \bar{\theta}_g^{\text{imp}}}{p^* + B} \quad (24)$$

$$\bar{\theta}_t^{\text{imp}}(\chi, p^*) = \frac{B_2 \bar{\theta}_g^{\text{imp}}}{p^* + B_e + B_2} \quad (25)$$

Les réponses impulsionnelles $\bar{T}^{\text{imp}}(\chi, \tau)$ dans l'espace temporel sont obtenues par inversion numérique des transformées de Laplace $\bar{\theta}^{\text{imp}}(\chi, p^*)$ (algorithme d'inversion numérique de Stehfest [8]). Les réponses en température pour une température d'entrée du fluide quelconque $\bar{T}_{ge}(0, \tau)$ sont obtenues par le calcul numérique du produit de convolution suivant :

$$\bar{T}(\chi, \tau) = \bar{T}_{ge}(0, \tau) \cdot \bar{T}^{\text{imp}}(\chi, \tau) \quad (26)$$

2.5. Technique de caractérisation thermique du régénérateur

La technique de caractérisation thermique du régénérateur consiste à déterminer les trois coefficients d'échange à partir des seuls relevés temporels expérimentaux des températures d'entrée (échelon de température) et de sortie du gaz. Il s'agit de résoudre un problème inverse d'optimisation paramétrique visant à faire correspondre un modèle analytique avec des résultats expérimentaux. Ainsi, une procédure itérative minimise la

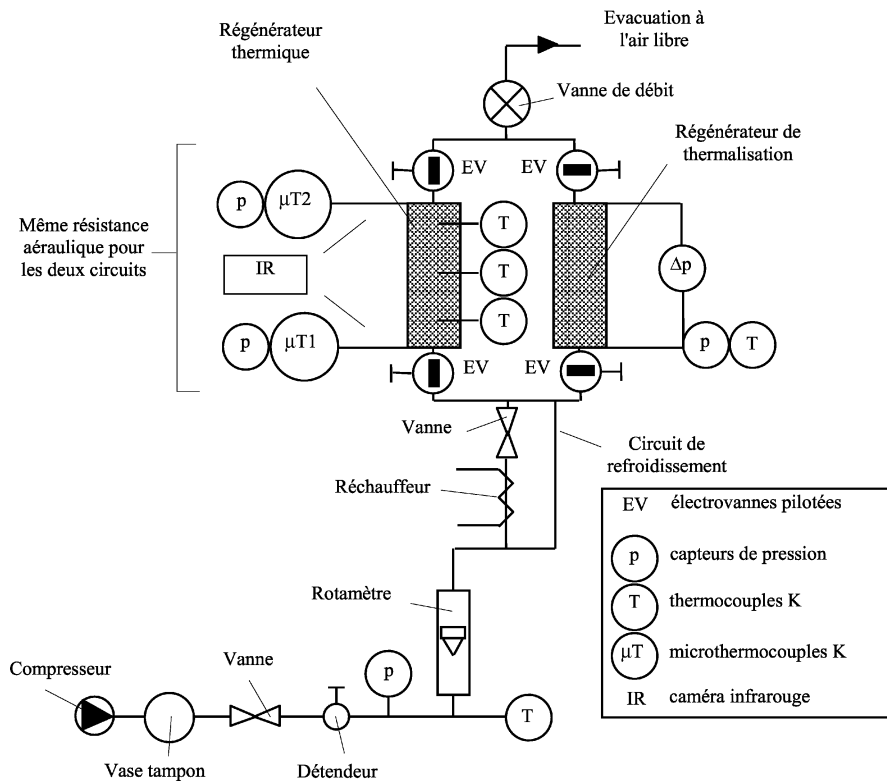


Figure 1. Schéma de l'installation expérimentale.

Figure 1. Sketch of the test apparatus.

somme des écarts quadratiques entre les valeurs mesurées des températures de sortie du fluide et celles recalculées par le modèle pour fournir des estimateurs des coefficients d'échange. L'algorithme d'optimisation utilisé (algorithme de Simplex, Matlab) est particulièrement adapté au traitement numérique de données expérimentales très bruitées, telles que celles délivrées par des sondes thermoelectriques de petite taille. Dans une étude préliminaire [7], la présente technique a été validée sur des données simulées par le modèle et artificiellement bruitées.

3. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

L'élément principal de l'installation expérimentale, représentée à la figure 1, est le régénérateur thermique tubulaire à billes. Il se présente sous la forme d'un tuyau cylindrique isolant en polychlorure de vinyle (PVC), de diamètre intérieur D_i de 30 mm, de longueur L égale à 94 mm et d'épaisseur e réduite à 5 mm pour minimiser la capacité thermique. L'isolation du tube enveloppe est vo-

lontairement négligée puisque le modèle prend en compte les pertes thermiques externes. Le remplissage est assuré par des billes en acier, de diamètre d_p égal à 2,9 mm à deux pour cent près. L'empilement aléatoire détermine une matrice solide, de porosité ε égale à 0,47 mesurée avec une incertitude de deux pour cent, assimilable à un milieu poreux non consolidé. Les billes sont maintenues entre deux grilles métalliques, générant de faibles pertes de charge inférieures à 40 Pa, implantées respectivement dans le divergent d'entrée et dans le convergent de sortie du régénérateur. Toutes les caractéristiques géométriques et physiques importantes du régénérateur et de l'empilement sont résumées dans le *tableau I*.

Le principe de la méthode de caractérisation du régénérateur à étudier consiste à déterminer le coefficient de frottement modifié et les trois coefficients de convection en réponse à un échelon de la température d'entrée pour un débit de fluide constant. Le gaz utilisé est l'air, dont les propriétés thermophysiques sont considérées variables avec la température selon les expressions du *tableau II*.

TABLEAU I
Propriétés géométriques et physiques (à 293 K) du régénérateur.

	ρ kg·m ⁻³	c J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹	λ W·m ⁻¹ ·K ⁻¹	d_p m	ε	L m	e m	D_i m	D_i/d_p
Sphères (acier)	7 660	481	52	0,0029	0,47	—	—	—	10,4
Tube (PVC)	1 450	1 000	0,16	—	—	0,094	0,005	0,03	—

TABLEAU II
Variation des propriétés thermophysiques de l'air en fonction de la température.

Masse volumique kg·m ⁻³	Viscosité dynamique kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹	Conductivité thermique W·m ⁻¹ ·K ⁻¹	Capacité calorifique J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹
$\rho(p, T) = pM/RT$	$\mu(T) = 1,875 \cdot 10^{-5} (T/293)^{0,6386}$	$\lambda(T) = 0,026 (T/293)^{0,7231}$	$c_g = 975,3 + 0,0368(T - 273) + 2 \cdot 10^{-4} (T - 273)^2$

Deux régénérateurs identiques sont montés en parallèle avec des parcours aérauliques absolument semblables de manière à respecter la même perte de charge dans chacune des branches. Un jeu de quatre électrovannes pilotées par un microprocesseur et disposées en amont et en aval des deux échangeurs permet d'orienter le gaz vers le circuit requis de manière strictement synchronisée. Cet artifice permet de maintenir le débit de gaz désiré et de « thermaliser » le gaz et le circuit avant de déclencher l'échelon de température d'entrée du gaz, tout en conservant le régénérateur à tester à température initiale uniforme (température ambiante). La mise en température du gaz pour réaliser l'échelon est assurée par un réchauffeur sous forme d'une résistance électrique enfermée dans un conduit dans lequel circule l'air. Une vanne pointeau permet d'imposer différents débits dans le régénérateur sous une pression constante d'entrée ajustée au moyen d'un détendeur de précision. L'installation fonctionne en circuit ouvert.

Les mesures instantanées de températures de gaz en régime transitoire imposent le choix de capteurs de petites dimensions à faible inertie thermique pour suivre correctement les variations de températures. Pour ces raisons, notre choix s'est porté sur des microthermocouples Chromel/Alumel (type K) de diamètres égaux à 12,7 μm à l'entrée et à 25 μm à la sortie, pour lesquels les valeurs des constantes de temps convectives ne dépassent pas 50 ms dans nos conditions opératoires. La technique délicate de fabrication consiste à effectuer sous binoculaire un soudage des fils par décharge capacitive. Les deux microthermocouples sont implantés au cœur de l'écoulement à l'entrée du régénérateur pour le 12,7 μm (μT1) et à sa sortie pour le 25 μm (μT2) dans le divergent et le convergent respectivement. Ces sondes sont étalonnées

en régime thermique permanent dans des conditions expérimentales identiques à celles rencontrées lors des essais. Pour cela, on utilise un capteur de température de type semi-conducteur AD22103¹, de sensibilité mesurée égale à 26,5 mV·K⁻¹ et de grande fidélité dans la plage de température 273–373 K, monté successivement à l'entrée et à la sortie du régénérateur.

4. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

4.1. Caractérisation hydrodynamique du régénérateur

Nous avons effectué les essais de caractérisation hydrodynamique du mini-régénérateur avec des débits allant de 1,3 à 8 Nm³·h⁻¹ sous une pression constante d'entrée égale à 2,12 bars mesurée avec un manomètre Bourdon (classe 0,5). L'incertitude sur la masse volumique est inférieure à un pour cent. Le comportement du régénérateur est étudié pour trois températures d'entrée du gaz T_{ge} en régime « thermalisé » (298 K, 313 K et 338 K). Les débits sont mesurés avec une incertitude maximale de trois pour cent pour la pression de travail choisie. La mesure de la chute de pression au moyen d'un manomètre à pression différentielle est obtenue avec une incertitude maximale de six pour cent pour les plus faibles débits. La contribution des grilles de maintien de l'empilement de billes n'excède pas trois pour cent de la chute de pression totale. Les propriétés thermophysiques

¹ Commercialisé par la Société One Technology Way, P.O. Box 9106, Norwood, MA 02062-9106, USA.

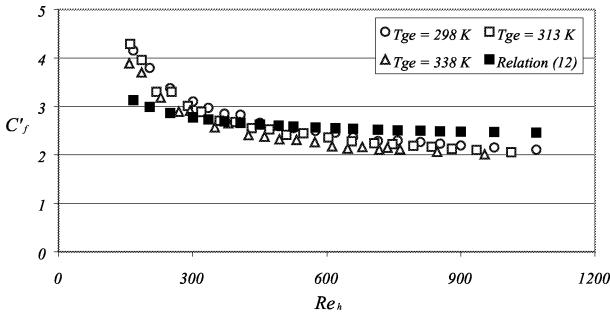


Figure 2. Évolution du coefficient de frottement modifié C'_f en fonction du nombre de Reynolds pour une pression constante d'entrée du gaz égale à 2,12 bars.

Figure 2. Evolution of the modified friction factor versus the Reynolds number for a constant entrance gas pressure of 2.12 bars.

ont été calculées aux différentes températures à l'aide des relations du *tableau II*.

L'ensemble des résultats est présenté à la *figure 2* sous forme de l'évolution du coefficient de frottement modifié C'_f en fonction du nombre de Reynolds Re_h de plage de valeurs comprises entre 150 et 1 100. Dans nos conditions opératoires, les incertitudes relatives maximales sur les valeurs du nombre de Reynolds et du coefficient C'_f sont estimées respectivement à 12 % et à 20 %.

On observe que l'ensemble des points expérimentaux décrit une évolution très voisine de celle qui se rapporte à la relation (12) (cas turbulent). La valeur du coefficient est alors comprise entre 2,01 et 4,33.

Toutefois, nos mesures surestiment les résultats cités pour les faibles valeurs du nombre de Reynolds (jusqu'à +37,1 %). À l'inverse, une sous-estimation du coefficient est relevée pour les fortes valeurs du nombre de Reynolds (jusqu'à -14,3 %). Un passage préférentiel du gaz à la paroi diminuant le coefficient de frottement n'est pas à exclure même si le rapport D_i/d_p est supérieur à 10. La non uniformité en taille des particules solides et la nature compressible du fluide (considéré comme isovolume) peuvent également expliquer ces écarts. Notons aussi que dans nos conditions opératoires, la perte de charge peut engendrer une diminution maximale de la masse volumique de 3 %.

Pour les écoulements suffisamment turbulents, une faible dépendance du coefficient de frottement aux variations du nombre de Reynolds est obtenue ici ; il s'agit d'une tendance relevée par tous les auteurs de la littérature.

On observe également une diminution significative du coefficient de frottement avec la température à nombre de Reynolds constant. Par exemple, si l'on compare

les courbes de frottement relatives à $T_{ge} = 298$ K et à $T_{ge} = 338$ K, la diminution atteint onze pour cent pour $Re_h = 350$.

Au vue de l'allure de la courbe relative à la température $T_{ge} = 298$ K, une corrélation de frottement a été établie avec un écart relatif maximal de deux et demi pour cent par rapport aux mesures correspondantes :

$$C'_f = \frac{406,6}{Re_h} + 1,76 \quad (27)$$

Cette corrélation présente des écarts relatifs maximum de quatorze pour cent et trente trois pour cent avec la corrélation de Ergun pour les grands et les petits nombres de Reynolds respectivement. Les résultats sont donnés pour une seule pression d'entrée (2,12 bars). Ils devront être consolidés ensuite avec des pressions de travail plus élevées.

4.2. Caractérisation thermique du régénérateur

Dans ce travail de mise au point de la méthode de caractérisation, nous avons effectué les essais de caractérisation thermique du mini-régénérateur sous la même pression d'entrée que précédemment. Les relevés temporels sont effectués avec une période d'échantillonnage égale à 0,5 s sur une durée de 500 s pour laquelle le régime permanent est quasiment atteint aux valeurs du nombre de Reynolds considérées. Pour la précision et la reproductibilité des expériences, les étalonnages sont contrôlés en deux points à l'aide du capteur de référence AD22103 : avant de déclencher l'échelon et à l'équilibre thermique. Dans nos conditions opératoires, la calibration réalisée in situ détermine une température absolue du gaz mesurée à 0,3 K près ; soit une incertitude maximale inférieure à un pour cent. Sous forme réduite, la température réduite du gaz θ_g est obtenue avec une incertitude inférieure à cinq pour cent. En régime permanent, les mesures bruitées délivrées par les microthermocouples révèlent un écart type σ égal à 0,1 K.

La *figure 3* illustre les réponses temporelles expérimentales et recalculée par le modèle lors de la réponse à un pseudo-échelon de température du gaz en entrée. Le profil donné par le modèle s'écarte de celui mesuré essentiellement aux courts instants puisqu'il prévoit assez mal l'effet d'accumulation de chaleur des capacités thermiques de la matrice et du tube. Il s'agit là probablement d'un problème lié au traitement numérique des données, en particulier à l'inversion numérique de la transformée de Laplace par l'algorithme de Stehfest [8]. Pour

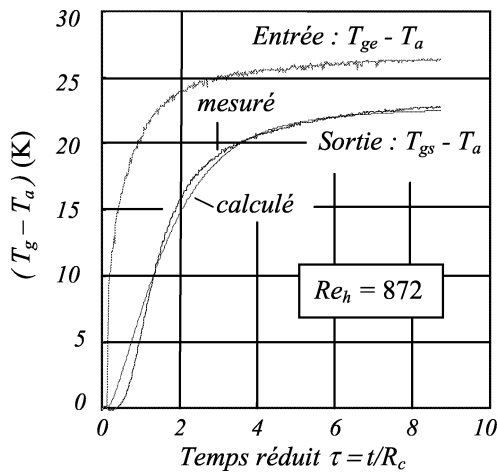


Figure 3. Évolution temporelle des températures d'entrée et de sortie du gaz pour un Reynolds $Re_h = 872$.

Figure 3. Time evolution of the entrance and exit gas temperatures with a Reynolds number of $Re_h = 872$.

permettre des comparaisons significatives entre les différents relevés, nous avons représenté sur la *figure 4* les courbes de températures du gaz en sortie sous forme adimensionnelle. La normalisation s'effectue au moyen du temps caractéristique R_c pour la variable temps et des températures initiale et d'entrée du gaz. Au vue des résultats, on remarque que la configuration générale de l'écoulement ne subit pas de changement notable puisque l'adimensionnalisation détermine un relevé temporel caractéristique de l'ensemble des débits concernés. Dans le *tableau III*, nous présentons les premiers résultats d'estimation des coefficients d'échange obtenus à partir des mesures de températures réalisées pour trois configurations hydrodynamiques de l'écoulement ($Re_h = 462$, $Re_h = 872$ et $Re_h = 1060$). Le temps caractéristique R_c est égal à 113,8 s pour $Re_h = 462$, à 61,3 s pour $Re_h = 872$ et à 51,2 s pour $Re_h = 1060$. A partir de ces premiers résultats, nous avons constaté que le coefficient d'échange h_e relatif aux pertes externes ne peut pas être estimé en rai-

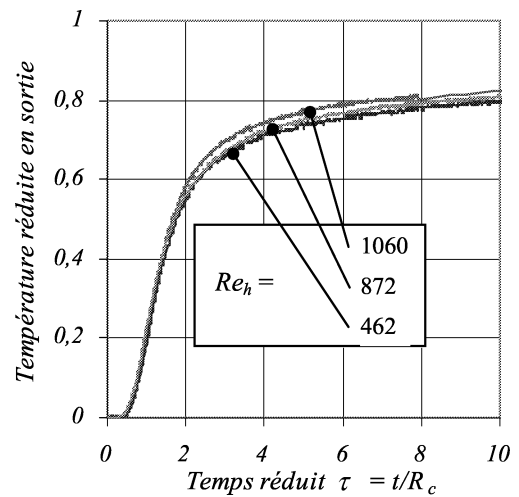


Figure 4. Évolution temporelle de la température de sortie du gaz pour différents nombres de Reynolds.

Figure 4. Time evolution of the exit gas temperature for different Reynolds numbers.

son de la faible sensibilité des réponses en températures à ce paramètre. En effet, pour ces gammes de températures du gaz (295–325 K), les échanges avec le milieu ambiant sont très inférieurs aux échanges thermiques entre le gaz et la matrice. Les mêmes difficultés se présentent pour l'évaluation du coefficient h_t ; en effet, les évolutions temporelles des températures sont beaucoup moins sensibles aux variations de ce paramètre qu'à celles du coefficient h_s . De plus, les coefficients h_e et h_t sont étroitement corrélés. Les estimations du coefficients h_s présentent des valeurs du même ordre de grandeur que celles données par les corrélations déjà publiées [9–12]. Notons que ces corrélations existantes ne sont peut-être pas les mieux adaptées à notre configuration et que leur domaine de validité respectif n'est pas précisé.

Au vue des résultats, l'hypothèse d'une conduction thermique axiale négligeable dans la matrice solide par les points de contact semble vérifiée puisque la valeur

TABLEAU III
Comparaison des valeurs estimées et des valeurs publiées des coefficients d'échange.

R_c , s	Re_h		h_s , $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	h_t , $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	h_e , $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
113,8	$Re_h = 462$	Valeurs estimées	20,7	218	–
		Corrélation [10]	35,7	–	10
61,3	$Re_h = 872$	Valeurs estimées	42,4	439	–
		Corrélation [10]	47,6	–	9
51,2	$Re_h = 1060$	Valeurs estimées	49,2	448	–
		Corrélation [10]	51,3	–	9

du nombre de Biot est inférieure à 1 ($Bi_s \approx 10^{-3}$). En revanche, cette condition n'est pas vérifiée ($Bi_t > 1$) pour le tube.

5. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

La méthode et le montage expérimental décrits permettent de réaliser rapidement et avec une précision acceptable la caractérisation complète d'un mini-régénérateur. Celle-ci passe par l'établissement des courbes caractéristiques du frottement et la détermination des trois coefficients d'échange thermique. L'allure générale de la courbe de frottement expérimentale correspond assez bien à celle obtenue à partir de la relation classique d'Ergun avec cependant des écarts pour les valeurs extrêmes du nombre de Reynolds (jusqu'à +37,1 %) probablement dus à la non-uniformité de la porosité à la paroi de l'enveloppe. Cet aspect devient inévitable et plus manifeste dans les mini-systèmes. Un effet de la température sur le frottement, phénomène encore peu étudié, a été noté ; la perte de charge diminue lorsque la température augmente.

L'estimation du coefficient externe h_e s'est révélée impossible, celle de h_t assez imprécise en raison de la faible sensibilité du modèle pour ces paramètres dans le cadre des conditions expérimentales réalisées. Pour le coefficient h_t , uniquement significatif pour des mini-échangeurs, la littérature actuelle ne fournit d'ailleurs pas de valeurs de comparaison. L'estimation de h_s reste, quant à elle, cohérente avec les relations fournies par les auteurs de la spécialité, bien que l'utilisation de celles-ci semble confuse : notations, définitions et domaines de validité non précisés clairement.

La figure 5 représente un prototype de refroidisseur à tube à gaz pulsé miniature dont la fabrication est issue de la technologie Silicium ; sa réalisation a été menée par le LPMO (Laboratoire de Physique et Métrologie des Oscillateurs) de Besançon. Le régénérateur est constitué de billes de verre d'une centaine de micromètres de diamètre. L'emploi de la technique décrite doit permettre d'optimiser le fonctionnement thermique global de l'appareil.

Remerciements

Nous remercions Monsieur O. Charles, Professeur Agrégé à l'Antenne de Vesoul de l'Institut Universitaire de Technologie de Besançon-Vesoul, pour sa collaboration dans la réalisation de la chaîne de mesure de température.

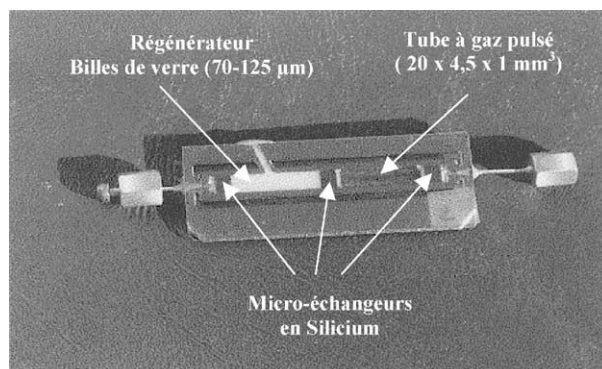


Figure 5. Refroidisseur à tube à gaz pulsé miniature.

Figure 5. Miniature pulsed tube refrigerator.

RÉFÉRENCES

- [1] Kays W.M., London A.L., Compact Heat Exchangers, 3^{ème} édition, McGraw Hill, 1984.
- [2] Chen P.H., Chang Z.C., Measurements of thermal performance of cryocooler regenerator using an improved single-blow method, *Int. J. Heat Mass Tran.* 40 (1) (1997) 55–68.
- [3] Chen P.H., Chang Z.C., An improved model for the single-blow measurement including the non-adiabatic side wall effect, *Int. Comm. Heat Mass Tran.* 23 (1996) 2341–2349.
- [4] Chang Z.C., Hung M.S., Ding P.P., Chen P.H., Experimental evaluation of thermal performance of Gifford-McMahon regenerator using an improved single-blow model with radial conduction, *Int. J. Heat Mass Tran.* 42 (1999) 405–413.
- [5] Ju Y., Jiang Y., Zhou Y., Experimental study of the oscillating flow characteristics for a regenerator in a pulse tube cryocooler, *Cryog.* 38 (1998) 649–656.
- [6] Jiang Y., Ju Y.L., Zhou Y., A study of oscillating flow characteristics of regenerators in a high frequency pulse tube refrigerator, *Adv. Cryog. Engrg.* 43 (1998) 1635–1641.
- [7] Poncet E., Nika P., Béreiziat D., Modélisation et caractérisation du comportement thermique d'un mini-régénérateur compact pour mini-refroidisseur Stirling ou tube à gaz pulsé, in : *Actes du congrès SFT2000*, Lyon, 15–17 mai 2000, Elsevier, France, 2000, pp. 887–892.
- [8] Stehfest H., Numerical inversion of Laplace transforms, *Commun. ACM* 13 (1) (1969) 47–49.
- [9] Coppage J.E., London A.L., Heat transfer and flow friction characteristics of porous media, *Chem. Engrg. Progr.* 52 (2) (1956) 57–63.
- [10] Peculea M., Mosteanu A., Transfert de chaleur dans un régénérateur thermique à basse température, *Rev. Gén. Therm.* 35 (1996) 208–213.
- [11] Handley D., Heggs P.J., Momentum and heat transfer mechanisms in regular shaped packing, *Trans. INSTN Chem. Engrs.* 48 (1968) 251–264.
- [12] Tanaka M., Yamashita I., Chisaka F., Flow and heat transfer characteristics of the Stirling engine regenerator in a oscillating flow, *JSME J.* 33 (2) (1990) 283–289.